



# Utveckling av en diameterklassmodell för grandominerade bestånd i Sverige

**Petter Karlton**

**Arbetsrapport 147 2005**

---

SVERIGES LANTBRUKSUNIVERSITET  
Institutionen för skoglig resurshushållning  
och geomatik  
S-901 83 UMEÅ  
Tfn: 090-786 83 62      Fax: 090-77 81 16

ISSN 1401-1204  
ISRN SLU-SRG--AR--147--SE

## **Förord**

Den här uppsatsen utgör mitt examensarbete som har en omfattning om 20 studiepoäng. Uppsatsen är en dokumentation om hur utvecklingen av en diameterklassmodell har gått till. Det har också varit ett bra tillfälle att kunna fördjupa sig i hur skogliga tillväxtmodeller fungerar och vad det finns för möjligheter och problem med respektive modelltyp. Tyngden har naturligtvis legat på diameterklassmodellen.

Arbetet har genomförts vid institutionen för skoglig resurshushållning och geomatik vid SLU i Umeå. Jag vill tacka min handledare Ljusk Ola Eriksson för hans stora engagemang. Andra personer som har varit mig till stor hjälp är Sören Holm och Henrik Feychting, vid samma institution och inte minst Björn Elfving vid institutionen för Skogsskötsel.

Umeå, september 2005

Petter Karlton

## Summary

Growth models are very useful tools for forestry to predict growth and yield. With growth models and optimising tools you can manage forest stands in a way that maximize benefit and income. There are three major types of growth models. Stand models; stage structured models and single-tree models. The most advanced models give the most accurate forecasts. But they also require a high amount of input data, which can be expensive. Therefore it is important to make a cost benefit analyse when you are deciding what kind of model you need.

Single-tree models are the most common growth models in Sweden today. There are models that include all profitable species in different conditions. The interest in Sweden for stage-structured models is low, though there are several models developed in other countries. For example, Kolström (1992) in Finland and Solberg and Haight (1992) in Norway. There are some advantages of stage structured models compared to single-tree models. Single-tree models can be very complex and include many variables, which can be a problem when using the models in optimisations. A stage-structured model includes few variables and may be easier to understand. The purpose of this paper is to develop a stage-structured, diameter-class model. Some restrictions have been made to make it possible. The most important is that the model only includes Norway spruce and stands with high site productivity.

The model is based on material from the Swedish National Forest Inventory. Approximately 11 400 trees distributed on 660 sample plots are included in the material. The sample plots have been inventoried twice with a time interval of five years. The difference in diameter for each tree is the growth. Other variables in the model are also given by this inventory. Stand variables are age, basal area, site index, basal area weighted mean diameter and a variable that indicates thinning within ten years before the inventory. Diameter is the only class variable.

The model in this paper has its roots in Leslie and Lewis's growth models. Their model was constructed to study animal populations. It consists of vectors that describe state while a matrix describes transitions from state to state. In this model there are three transition probabilities for each class: a, the probability that trees in the class will be in the same class in five years, b, the probability that trees in the class will be found in the class above and c, the probability that trees will have grown two classes or more. Logistic regression was applied to get these transition probabilities.

The model was tested against the material to see if there were any systematically errors. The result shows that the model follows the material fairly well. It overestimates the growth with approximately ten percent. To see how it functions in a longer time-perspective, six long-term research stands were used. Rather large over- or underestimates is found in four stands, whereas in two stands the model shows a good result. The deviations of predicted growth from actual growth seems

rather to have to do with the general growth level while the thinning response appears to be reflected fairly well by the model.

There are likely several reasons that could explain the growth prediction errors of the model. The most important is probably that no correction for different yearly growth due to climate was done to the diameter. It is usually done in growth models and it was a mistake that it was not done in this paper. Another thing that could have made the result better is if there would have been administrative tools available during the work with the logistic regression. This made it difficult to revise the model and introduce improvements. However, the result shows that it should be possible to make good stage-structured, diameter class models with the proposed improvements and the experience from this paper.

# Innehåll

## **Inledning, 5**

- Olika typer av tillväxtmodeller, 5
- Vilka modeller används, 5
- Vad är en diameterklassmodell bra för, 6
- Syfte och avgränsning, 7

## **Material, 7**

- Begränsningar i datamaterialet, 7
- Variabler, 8
- Korrigeringsfaktor för mätfel, 9

## **Modell och skattningsmetod, 10**

- Modell, 10
- Skattningsmetod, 11
- Skattning av överföringssannolikheter, 12

## **Resultat, 13**

- Modell, 13
- Jämförelser, 13
  - Jämförelser mot det egna materialet, 13*
  - Jämförelser mot andra tillväxtfunktioner, 15*
  - Jämförelser mot fasta försöksytor, 16*
  - Stamfördelning, 18*

## **Diskussion, 19**

- Material, 19
- Modell och skattningsmetod, 19
- Resultat, 20
- Hur går man vidare, 21

## **Källförteckning, 22**

### **Bilaga 1**

# Inledning

## Olika typer av tillväxtmodeller

Tillväxtmodeller är ett viktigt verktyg inom skogsbruket och inom skogsforskningen. Genom att kunna förutse skogens framtida tillväxt kan nya skötselmetoder utvecklas. Med hjälp av tillväxtmodeller och optimeringsverktyg kan man sköta skogen på det sätt som maximerar nyttan men också se hur olika krav, lagar, priser och kostnader påverkar optimala skötselstrategier.

Olika användningsområden ställer olika krav på modeller. Avancerade modeller kräver mer indata men ger mer detaljerade beskrivningar av framtida tillstånd än enklare modeller som kräver mindre indata. En avvägning mellan kostnad och nytta måste alltså göras vid val av modell. Alltför avancerade modeller kan också vara svåra att använda vid optimeringar på grund av deras komplexitet (Haight och Getz 1987).

Man brukar identifiera tre huvudtyper av modeller för att kunna förutse ett bestånds framtida tillväxt: beståndsmodeller, diameterklassmodeller och enskildaträdmodeller (Davis och Johnson 1987). Beståndsmodeller innehåller enbart variabler som beskriver beståndet. Den enklaste typen innehåller ingen variabel som beskriver beståndets täthet utan består i princip bara av en volymtabell där variablerna är ålder och ståndortsindex. Genom att ha med en täthetsvariabel som grundyta, antalet stammar eller volym i modellen så kan man beräkna tillväxten över en tillväxtperiod (Davis och Johnson 1987).

En diameterklassmodell bygger på att man beskriver beståndet med hur många träd som finns i varje diameterklass. Efter en tillväxtperiod så har diameterklassfördelningen förändrats. En del träd växer in i högre klasser och en del träd har inte växt mer än att de finns kvar i samma klass. Tillväxt modelleras genom att man anger sannolikheter för att ett träd finns kvar i utgångsklassen eller flyttar till högre klasser. Avgång kan uttryckas genom att summan av sannolikheterna för ett träd flytt inte summerar till ett, dvs. det finns en viss sannolikhet att ett träd inte återfinns i någon klass efter en tillväxtperiod. Även inväxning behöver finnas med i modellen för att den skall bli komplett. Den uttrycks normalt som en funktion av tillståndet i beståndet och ska inte tolkas som en sannolikhet (Buongiorno och Michie 1980, Kolström 1992). Skillnaden mellan beståndsmodeller och diameterklassmodeller är att man ser beståndet uppdelat i olika klasser istället för en enhet, vilket kan ge en högre detaljrikedom när man beräknar det framtida tillståndet. Man kan alltså ha med variabler i modellen som beskriver beståndet och som beskriver en klass men inte variabler som beskriver det enskilda trädet.

Sannolikheterna för att träd i en diameterklass flyttas upp till högre diameterklasser kan vara konstanta (Buongiorno och Michie 1980) eller förändras med tillståndet (Kolström 1992, Solberg och Haight 1991). För olikåldrig skog kan konstanta överföringssannolikheter tänkas fungera men för likåldrig skog måste

sannolikheterna förändras med tiden. Det beror på att förhållanden i en olikåldrig skog, t.ex. en blädningsskog, kan vara ganska så konstanta över tiden.

Enskildaträdmodeller baseras på data om det enskilda trädet. Tillväxten beräknas på trädnivå och man kan för varje träd följa effekter av olika åtgärder i skogsbruket. De enskildaträdmodeller som har den högsta detaljrikedomen är de som utnyttjar data om avstånd mellan träden. Det kräver koordinatlagda träd vilket gör datainsamlingen mycket omfattande. Vinsten med koordinatlagda träd anses dock inte tillräckligt stor för att man ska använda sig av den typen av modeller för produktionsprognoser. Istället används enklare konkurrensuttryck som grundyta per ha (Söderberg 1986). En del enskildaträdmodeller kan förutom att beskriva diameterutvecklingen för varje träd också beskriva höjd- och kronutvecklingen för varje enskilt träd (Haight och Getz 1989).

### **Vilka modeller används**

I Sverige har man tagit fram ett antal beståndsmodeller (t.ex. Eriksson 1976, Agestam, 1985, Ekö, 1985). I Sverige har det under 1900-talet gjorts två enskildaträdmodeller för olika trädslag och under olika förhållanden. De första gjordes av Jonsson (1980). De som används idag är framförallt Söderbergs (1986). Få eller inga diameterklassmodeller har gjorts.

Internationellt är intresset och kunskapen om diameterklassmodeller större än i Sverige. Det finns fler diameterklassmodeller för att simulera tillväxten, gjorda av exempelvis Kolström (1992) i Finland och Solberg och Haight (1991) i Norge. Båda modellerna gjorda för granbestånd. Utanför Norden finns modeller och studier gjorda av bland annat Buongiorno och Michie (1980). I en studie av Haight och Getz (1987) så jämförs en enskildaträdmodell med en diameterklassmodell för *Abies concolor*. Studien visar att skillnaden mellan de två typerna av modeller är väldigt liten när det gäller att beräkna totalvolymen som produceras i ett bestånd, men att enskildaträdmodellen mer detaljerat beskriver utvecklingen av beståndet.

### **Vad är en diameterklassmodell bra för**

För att kunna utveckla en bra modell är det viktigt att man formulerar vad man vill ha av modellen och begränsa den till just det (Buongiorno och Giless 2003). Enskildaträdmodeller kan vara ganska komplexa och innehålla många variabler som gör att de kan vara krångliga och alltför avancerade för vissa tillämpningar. En diameterklassmodell innehåller få variabler och är lätt att förstå sig på och kan också vara lättare att använda i optimeringar. En annan möjlig, men ännu ej verifierad fördel kan vara att diameterklassmodellen beskriver utvecklingen på ett sådant sätt att spridningen av traddiametrar blir större än för enskildaträdmodeller, där fördelningen kan förbli ganska statisk över tiden. Diameterklassmodeller kan också fungera för både likåldrig och olikåldrig skog (Haight och Getz 1987) även om de flesta är gjorda för olikåldrig skog (Kolström 1992, Solberg och Haight 1991).

## Syfte och avgränsning

Syftet med examensarbetet är att utveckla en diameterklassmodell som ska kunna användas för att beskriva grandominerade bestånd i Sverige. Då diameterklassmodeller kan ha speciella förutsättningar att fungera i olikåldrig skog så har den begränsats till att enbart gälla för grandominerade bestånd eftersom gran är det trädslag som huvudsakligen finns i olikåldriga bestånd.

Modellens användningsområde har avgränsats för att kunna ge tillförlitliga resultat och för att inte bli för komplicerad. Bl.a. så har modellen gjorts bara för höga ståndortsindex eftersom det är svårt att göra en lämplig klassindelning för ett material som har en för stor spridning av ståndortsindex. Då materialet saknar data om inväxning och mortalitet så finns inte de faktorerna med i modellen.

## Material

Materialet som diameterklassmodellens funktioner baseras på kommer från riksskogstaxeringens permanenta provytor. Ytorna utlades mellan 1983 och 1987 och återinventerades mellan 1988 och 1992. Tillväxten finns alltså registrerad som en skillnad mellan första och andra mätningen av samma koordinatlagda träd. Provytorna har en radie på 10 m och antalet provytor i hela materialet är ca 18 500. Materialet har välvilligt ställts till förfogande av professor Björn Elfving, institutionen för skogsskötsel. Grundmaterialet har delvis omarbetats av Björn Elfving som använt det i arbetet på nya enskildaträdfunktioner..

## Begränsningar i datamaterialet

Materialet har avgränsats i enlighet med vad som anges i tabell 1.

Tabell. 1. Urvalskriterier för ytor

<b>Granandel</b>	<b><math>\geq 80 \%</math></b>
<b>Provytans grundyta/omgivande skogs grundyta</b>	<b><math>\geq 0,5</math> och <math>\leq 1,5</math></b>
<b>Gotland</b>	<b>Ej ytor från Gotland</b>
<b>Delade ytor</b>	<b>Ej delade ytor</b>
<b>Kanteffekter</b>	<b>Ej ytor utsatta för kanteffekter</b>
<b>Gödsling</b>	<b>Ej gödslade ytor av ristyp</b>
<b>Ståndortsindex</b>	<b>28, 29, 30, 31</b>

Kravet att ytans bestockning inte ska avvika alltför mycket från den omgivande skogen motiveras av att jag velat undvika alltför stor inverkan av det omgivande beståndet och som inte kan härledas till tillståndet på ytan självt.



Meningen är att alla gödslade ytor skulle ha tagits bort. På grund av ett misstag så är bara gödslade ytor av ristyp borttagna. Detta påverkar dock troligen inte speciellt mycket eftersom bestånd med så höga ståndortsindex sällan gödslas. För att kunna sätta modellens diameterklasser så måste man sätta spannet för ståndortsindex relativt snävt. Det går inte att ha samma diameterklasser för alltför olika SI. Anledningen är att träden växer så olika fort för alltför skilda SI. Sätter man lämpliga klassgränser för exempelvis G20 så gör samma gränser för G30 att en för stor andel av träden flyttas upp två klasser och att för få träd stannar kvar i samma klass.

Överståndare har sorterats bort för att inte de ska få för stor påverkan på tillväxtfunktionerna. För bortsorteringen har funktioner utvecklade av Elfving (2003) använts. Endast ett litet antal träd sorterades bort. Ingen underväxt har sorterats bort eftersom materialet innehåller få träd med diameter under 10 cm.

Eftersom funktionerna avses att kunna fungera för olikåldrig skog hade det varit naturligt att bara ta med ytor som klassificeras som olikåldriga. Det finns emellertid bara ca 10% olikåldriga ytor i materialet efter selektering. Analyserna har således gjorts på såväl likåldriga som olikåldriga ytor.

Efter alla begränsningar så består materialet som modellen baseras på av 662 provytor som tillsammans innehåller ca 11 400 träd. Alla träd som inte är levande under båda mättidpunkterna är borttagna. Det kan vara träd som har avverkats eller dött mellan mättidpunkterna. Funktionen i modellen baseras på den totala grundytan vid första mättillfället men tillväxten är bara beräknad för granar som lever vid båda mättillfällena.

## **Variabler**

Variablerna som har använts för att få fram överföringssannolikheterna i modellen har valts ut, dels genom ett skogligt resonemang och dels genom att studera vilka variabler som använts i de, ännu preliminära, enskildaträdfunktioner Björn Elfving utvecklat. För att modellen inte ska bli för komplex och kräva för mycket indata har antalet variabler begränsats så mycket som möjligt. Alla variabler utom ståndortsindex förändras för varje tillväxtperiod (tabell 2).

Tabell. 2. Beskrivning av oberoende variabler i modellen

Variabler	Beskrivning
Beståndsålder	Provytans totalålder (år).
Grundyta	Provytan grundyta (m <sup>2</sup> ).
Ståndortsindex	Provytans ståndortsindex (m).
Grundytevägd medeldiameter	Provytans grundytevägda medeldiameter (cm) Räknas ut som $\frac{\sum d^3}{\sum d^2}$ .
Gallringsvariabel	Dummyvariabel som indikerar (1) om provytan är gallrad inom 10 år före tillväxtperioden, annars 0.
Diameter	Diametern i brösthöjd (mm, mätt 1.3 m ovan mark). Klassmitt.

Som beroende variabel fungerar diametertillväxten. Den används för att räkna ut hur många klasser – 0, 1 eller 2 – som trädet flyttat under en tillväxtperiod. Då diametertillväxten är central för modellens tillförlitlighet har mätvärdena korrigerats enligt nedan.

### Korrigering för mätfel

Olika sätt att klava gör att mätvärdet för samma träd kan variera mellan olika personer. Men med hjälp av kontrollmätningar en vecka efter ordinarie mätningar har ett medelfel,  $\Omega$ , kunnat beräknas som<sup>1</sup>

$$\Omega(d) = 1,18 + 0,087 * d$$

där  $d$  är trädets diameter i cm. Eftersom medelfelet är känt har ett korrigerat värde kunnat räknas ut av skillnaden mellan mätning 1 och mätning 2 på samma träd enligt nedan:

$$d_2 - d_1 = D_2 - D_1 + e_2 - e_1$$

där den uppmätta tillväxten ( $d_2 - d_1$ ) är den verkliga ( $D_2 - D_1$ ) plus mätfelet ( $e_2 - e_1$ ). Med utgångspunkt från  $(\sigma_D)^2$ , standaravvikelsen för  $(D_2 - D_1)^2$ , beräknas

$$(\sigma_D)^2 = (s_d)^2 - 2 * \Omega(d)^2$$

Vidare erhålls

$$\lambda = (\sigma_D)^2 / (s_d)^2$$

$$f_i = (d_{2i} - d_{1i}) - m$$

<sup>1</sup> Funktionen har tillställts mig av Björn Elfving.

där  $m$  är medelvärdet av  $d_2 - d_1$ .  $f_i$  ersätts med  $g_i = \lambda * f_i$  där  $g_i$  är den korrigerade skillnaden mellan  $m$  och  $d_2 - d_1$ . Det korrigerade värdet blir således

$$d_{2i} - d_{1i} = m + g_i$$

Det korrigerade värdet är alltså förskjutet mot medelvärdet. Förskjutningen mot medelvärdet ökar med ökad diameter eftersom standardavvikelsen då ökar. Proceduren har gjorts för varje tiocentimetersklass över hela diameterspannet, 0 – 40 – cm för att få så korrekta värden som möjligt. Som diameter ( $d$ ) i  $\Omega$  används klassmitt, vilket alltså blir 5 cm i första klassen. Det är det korrigerade värdet som har använts vid bildandet av den beroende variabeln. Korrigeringarna har gjorts med hjälp av Sören Holm, institutionen för resurshushållning och geomatik.

## Modell och skattningsmetod

### Modell

Samma typ av modell som presenteras i den här modellen används av bland annat Buongiorno och Michie (1980), Kolström (1992), Solberg och Haight (1991). Den utvecklades av Leslie och Lewis på 1940-talet för att studera djurpopulationer men kan användas i olika varianter inom skogsbruket.

Beroende på trädens diameter delas de in i diameterklasser. Träden i samma klass antas vara jämt fördelade över klassen. Låt  $y_{it}$  vara antalet träd i klassen  $i$  vid tiden  $t$  och  $h_{it}$  antalet träd som avverkas i klassen  $i$  vid tiden  $t$ . Sannolikheten för att träd ska återfinnas i samma diameterklass vid tiden  $t + \theta$  som vid tiden  $t$  betecknas  $a_i$  medan den betecknas  $b_i$  och  $c_i$  om för träd som återfinns en respektive två klasser upp. Beståndets förändring från tiden  $t$  till  $t + \theta$  kan då beskrivas med ekvationerna

$$y_{1\ t+\theta} = a_1(y_{1t} - h_{1t})$$

$$y_{2\ t+\theta} = a_2(y_{2t} - h_{2t}) + b_1(y_{1t} - h_{1t})$$

$$y_{3\ t+\theta} = a_3(y_{3t} - h_{3t}) + b_2(y_{2t} - h_{2t}) + c_1(y_{1t} - h_{1t})$$

osv. Låt  $y_{it} - h_{it}$  ersättas med  $s_{it}$  vilket alltså blir antalet stammar efter avverkning i klass  $i$  vid tiden  $t$ . Överföringsmatriser används i lite olika varianter olika diameterklassmodeller. Matrisen nedan används i modellen som presenteras i det här arbetet. Man kan notera att modellen dels inte innehåller någon inväxning, dels att summan av  $a_i + b_i + c_i$  förutsätts vara 1, dvs. modellen beräknar ingen avgång.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 & - & 0 \\ b_1 & a_2 & 0 & 0 & - & 0 \\ c_1 & b_2 & a_3 & 0 & - & 0 \\ 0 & c_2 & b_3 & a_4 & - & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & b_4 & - & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - & c_n \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} s_{1t} \\ s_{2t} \\ s_{3t} \\ s_{4t} \\ - \\ - \\ s_{nt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{1t+\theta} \\ y_{2t+\theta} \\ y_{3t+\theta} \\ y_{4t+\theta} \\ - \\ - \\ y_{nt+\theta} \end{pmatrix}$$

Figur. 1. Överföringsmatris

## Skattningsmetod

Det finns olika sätt att skatta en modell på. Man kan använda sig av redan befintliga modeller eller använda sig av ett datamaterial från till exempel fasta försök. Solberg och Haight (1991), som skapat en modell för planterad granskog, har utgått från Söderbergs grundtytefunktioner för enskilda träd, där grundtytetillväxten för varje träd beror på trädets grundyta, beståndets grundyta, trädets ålder och ståndortsindex. Man antar att träden är jämt fördelade över diameterklassen och räknar sedan ut hur mycket träden växer under en tidsperiod. Sannolikheterna för att träd flyttas upp en klass fås genom att räkna ut kvoten mellan den prognostiserade diametertillväxten och klassvidden.

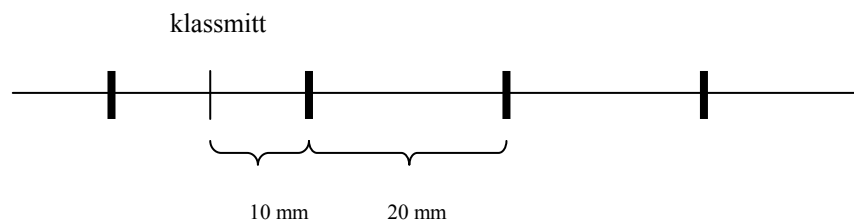
Kolström (1992), som har gjort en modell för att simulera dynamiken i blädningensbestånd, använder sig också av enskildaträdfunktioner för att beräkna tillväxten för bestånd med olika grundyta. Genom regression får han fram ett uttryck för hur överföringssannolikheterna beror av beståndets grundyta.

Buongiorno och Michie (1980) har använt sig av mätningar från ett relativt geografiskt begränsat skogsområde. Genom att mäta diameterklassfördelningen på fasta provytor vid tre olika tillfällen kunde man räkna ut sannolikheterna genom att titta på hur stor del av antalet träd i en klass som var kvar i klassen, avverkades eller flyttades upp till nästa klass, dvs. en ren kvotskattning. För inväxning i den minsta klassen skapades med regression en funktion som innehåller data om inväxning, avverkade träd och antalet träd i de olika klasserna.

## Skattning av överföringssannolikheter

Sannolikheterna,  $a_i$ ,  $b_i$  och  $c_i$  skattades med logistisk regression. Som beroende variabel används trädens tillväxt i antal diameterklasser under en femårsperiod. Sannolikheten för träd att stanna kvar eller flytta till större diameterklasser är naturligtvis beroende av bredden på diameterklassen. Diameterklassbredden är här satt till 20 mm. Den siffran valdes då medelvärde för tillväxten under en period på fem år är 18,004 mm för materialet i urvalet. Ser man till säkerheten i skattningarna är det en lämplig klassbredd.

Träden i samma klass antas vara jämt fördelade över klassen. Det innebär att träden i snitt bara behöver växa en halv klassbredd för att flyttas upp i nästa klass och att de behöver växa mer än 1,5 klassbredder för att flyttas upp två klasser (figur 1). Med 20 mm klasser så stannar träd som växer mindre än 10 mm på fem år kvar i samma klass. Träd som växer 10 - 29,99 mm flyttas upp en klass och träd som växer mer än 30 mm flyttas upp två klasser. Varje träd tilldelades en siffra, 0, 1 eller 2 beroende på hur många klasser de flyttats under en femårsperiod.



Figur. 2. Beskrivning av klassgränser.

Den funktionsform som använts för att skatta koefficienterna är

$$a_i = \frac{e^{\text{funktion}_0}}{1 + e^{\text{funktion}_0} + e^{\text{funktion}_1}}$$

$$b_i = \frac{e^{\text{funktion}_1}}{1 + e^{\text{funktion}_0} + e^{\text{funktion}_1}}$$

$$c_i = \frac{1}{1 + e^{\text{funktion}_0} + e^{\text{funktion}_1}}$$

där  $\text{funktion}_x$  är av formen  $\alpha + \beta x$  där  $\alpha$  är en konstant,  $\beta$  en vektor med koefficienter och  $x$  en vektor med variabelvärden.

# Resultat

## Modell

Den logistiska regressionen resulterade i koefficienter enligt tabell 3. Funktionerna ser ut som man kan förvänta sig och den reagerar på det sätt som man kan förvänta sig. Den svarar med ökad tillväxt vid höjning av ståndortsindex, diametrar och gallringsvariabeln och minskad tillväxt vid höjning av beståndsålder, grundyta och grundytvägd medeldiameter.

Andra varianter prövades, men gav inte bättre resultat. Bl.a. så prövades en dummyvariabel för olikåldrighet utan att det förbättrade modellen.

**Tabell. 3. Funktionens konstant och koefficienter.**

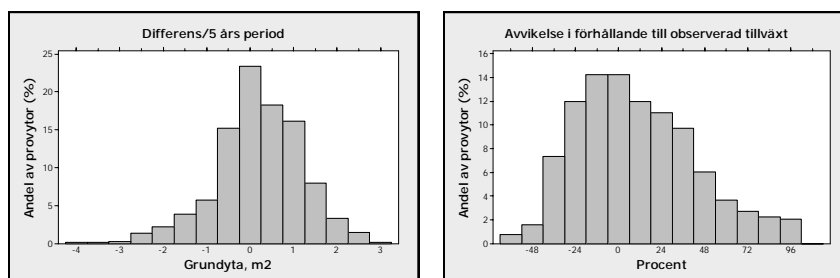
	<b>Funktion<sub>0</sub></b>	<b>Funktion<sub>1</sub></b>
<b>Konstant</b>	6,58515	6,92185
<b>Beståndsålder</b>	0,0904960	0,0635345
<b>Diameter</b>	-0,0227185	-0,0107034
<b>Grundyta</b>	0,1628800	0,0870474
<b>Ståndortsindex</b>	-0,357714	-0,264481
<b>Gallringsvariabel</b>	-0,592 034	-0,250548
<b>Grundytvägd medeldiameter</b>	0,0558172	0,0252048

## Jämförelser

För att se hur bra den framtagna modellen är har den testats både mot datamaterialet som ligger till grund för modellen och mot fasta försöksytor. Den har också körts parallellt mot Söderbergs (1986) funktioner. När det gäller jämförelsen med datamaterialet så är syftet att se om det finns några systematiska fel i modellen. Jämförelsen med fasta försöksytor är till för att se hur modellen prognostiserar grundytetillväxten över en längre tidshorisont. Båda jämförelserna är viktiga för att avgöra hur modellens tillförlitlighet är.

### *Jämförelser mot det egna materialet*

För att jämföra modellen mot det egna materialet har differensen mellan den beräknade och observerade grundytetillväxten räknats ut för varje provyta. Medeltillväxten är 3,0033 m<sup>2</sup> per 5 års period.



**Medeldifferens, (m<sup>2</sup>): 0,1931**  
**Standardavvikelse, (m<sup>2</sup>): 0,9991**

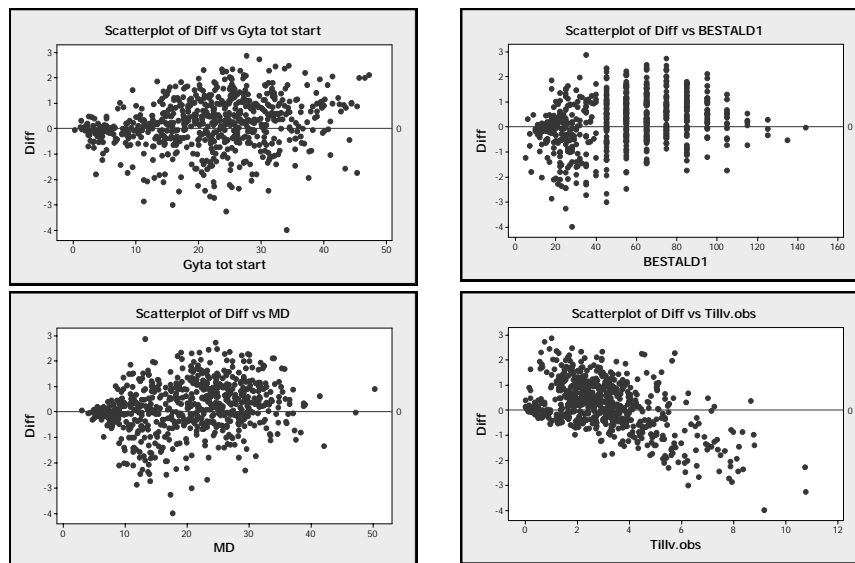
**Medel, (%): 9,84**  
**Standardavvikelse, (%): 33,13**

**Figur. 3. Absolut och relativ differens i jämförelse mot det egna materialet.**

I absoluta tal så överskattar funktionen tillväxten med ca 0,04 m<sup>2</sup> per år i medeltal. I det högra diagrammet i figuren är ytor med avvikelser över 100 % bortsorterade. Antalet ytor som är borttagna är 36 st. Det som karaktäriserar de ytorna är att den observerade tillväxten är mycket låg. Anledning kan vara insektsangrepp, svampangrepp eller andra plötsliga tillväxthämmande faktorer som avviker från det normala som funktionen inte fångar upp. En i det närmaste obefintlig tillväxt ger orimligt stora procentuella avvikelser och de ytorna är därför bortsorterade. Tar man med de ytorna så blir medelavvikelsen 21 % och standardavvikelsen kring medelavvikelsen 70 %.

Funktionen är framtagen med logistisk regression och den ger inga residualer. Differensen mellan den beräknade och observerade tillväxten på varje provyta kan dock användas för residualstudier. En positiv residual betyder därmed att funktionen har överskattat tillväxten. Residualplottarna är gjorda för att se om det finns några systematiska fel i funktionen (figur 3).

Differensen plottad mot grundytan respektive den grundytavägda medeldiametern visar att det inte finns några större systematiska avvikelser. En viss böjning på plottarna kan skönjas men den är relativt liten. Plotten mot beståndsålder visar en svängd form vilket indikerar att beståndsåldern kanske skulle ha ingått i funktionen med en annan form, exempelvis upphöjt i två. Differensen plottad mot observerad tillväxt visar att funktionen inte fångar upp alla faktorer som påverkar tillväxten. Funktionen minskar spridningen av tillväxten d.v.s. överskattar tillväxten vid låg observerad tillväxt och underskattar vid hög observerad tillväxt. Detta är dock normalt för alla tillväxtfunktioner och kan inte tolkas som att funktionen inte fungerar.



**Figur. 4.** Ovan t.v. Differens plottad mot grundyta. Ovan t.h. Differens plottad mot beståndsålder. Nedan t.v. Differens plottad mot grundytavägd medeldiameter. Nedan t.h. Differens plottad mot observerad tillväxt.

#### *Jämförelse mot andra tillväxtfunktioner*

Genom att jämföra funktionerna mot Söderbergs tillväxtfunktioner så kan man få en fingervisning om hur bra funktioner man har fått fram. En körning med Söderbergs funktioner ger en medelavvikelse på -9,732 % och en standardavvikelse på 41,50 %. Det kan jämföras med 9,84 % respektive 33,13 för den här framtagna funktionen, således något sämre än för funktionerna i det här arbetet. Avvikelseerna för Söderbergs funktion är uträknade på ytnivå på samma sätt som mina, dvs. alla ytor där överskattningen överstiger 100% är bortplockade. Det finns emellertid ett antal skäl till att Söderbergs funktioner missgynnats i jämförelsen.

Söderbergs funktioner baseras inte på materialet som används i det här arbetet. Att ingen korrigering för årsringsindex är gjord påverkar också jämförelsen då Söderbergs funktioner är gjorda på ett årsringskorrigerat material. En korrigering av materialet hade i snitt sänkt tillväxtnivån med 8% (Björn Elfving, per. komm.). Eftersom Söderbergs funktioner underskattar tillväxten med ca 9% kan detta återspegla skillnaden i tillväxtnivå. Andra saker som missgynnar Söderbergs funktioner är avsaknaden av brösthöjdsålder för de enskilda träden, vilket Söderbergs funktion kräver. Här har alla träds brösthöjdsålder satts till ytans totalålder minskat med 8 år. Vidare saknades uppgift om det största trädets diameter på ytan. Diameterkvoten i Söderbergs funktion, kvoten mellan trädets diameter och det största trädets diameter, sattes därför schablonmässigt till 0.8.



### Jämförelser mot fasta försöksytor

Fasta försöksytor som uppfyller modellens krav har valts ut för att få ett långsiktigt test på hur modellen fungerar. Ytorna är skötta på olika sätt vad gäller gallringstidpunkter och gallringsstyrka.

Ytorna har inventerats med lite olika intervallängd medan modellen körs med 5 års intervaller. Det gör att gallringsuttagen i modellen har gjorts vid den tidpunkt som ligger närmast den observerade. Varje diameterklass har gallrats med den styrka som gäller för motsvarande diameterklass i det fasta försöket. Det innebär också att det är svårt att jämföra den procentuella totala avvikelserna för varje yta eftersom observationsperiodens längd inte alltid överensstämmer med hur länge modellen har körts.

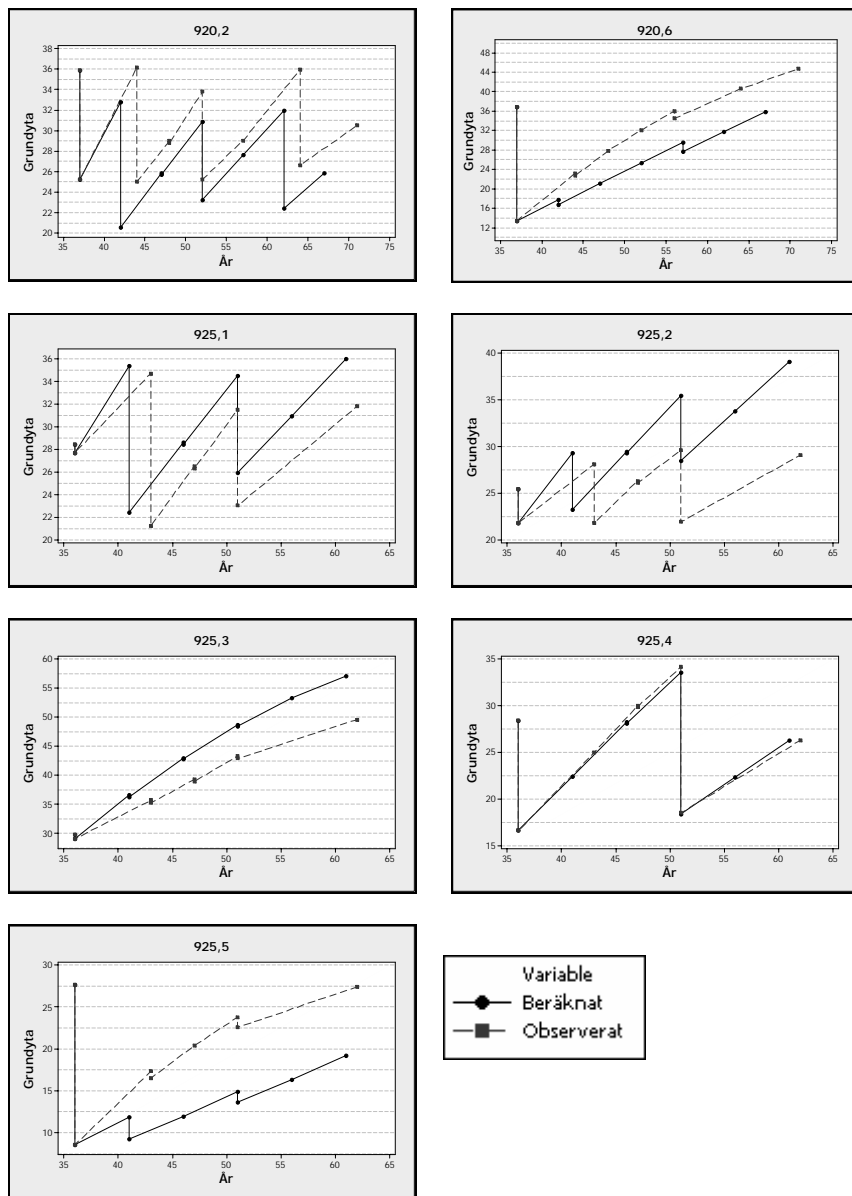
Gallringsuttagen är proportionerligt gjorda för varje diameterklass. Även naturliga avgångar är proportionerligt uttagna.

**Tabell 4. Observerad och beräknad årlig grundytetillväxt (m<sup>2</sup>/ha) under observationsperioden samt absolut och procentuell avvikelse i förhållande till den observerade**

Yta	Periodens längd (år)	Obs. Årlig tillväxt (m <sup>2</sup> )	Ber. Årlig tillväxt (m <sup>2</sup> )	Differens (m <sup>2</sup> )	Proc. Tot avv.	Proc. Årlig avv.
920,2	34	1.02	1.01	-0.01	-12.37	-0.69
920,6	34	0.99	0.85	-0.15	-24.17	-14.06
925,1	26	0.99	1.20	0.21	17.23	21.91
925,2	26	0.83	1.22	0.39	42.24	47.93
925,3	26	0.84	1.16	0.32	33.00	38.32
925,4	26	0.98	1.00	0.02	-2.10	1.81
925,5	26	0.80	0.58	-0.22	-30.18	-27.39

Av tabell 4 och figur 4 framgår det att skillnaden mellan den observerade och beräknade grundytetillväxten är ganska stor. För två av ytorna, 920,2 och 925,4 så är resultatet mycket bra medan det för övriga handlar om kraftiga över- eller underskattningar av tillväxten. Visserligen är ytorna ganska extrema, vad gäller skötsel, men resultatet är ändå inte att betrakta som speciellt bra. Det finns en tendens till att tillväxten tenderar att överskattas vid hög grundyta efter gallring initialt och vice versa. Det förefaller emellertid som om gallringsreaktionen i de flesta fall fungerar tillfredsställande.

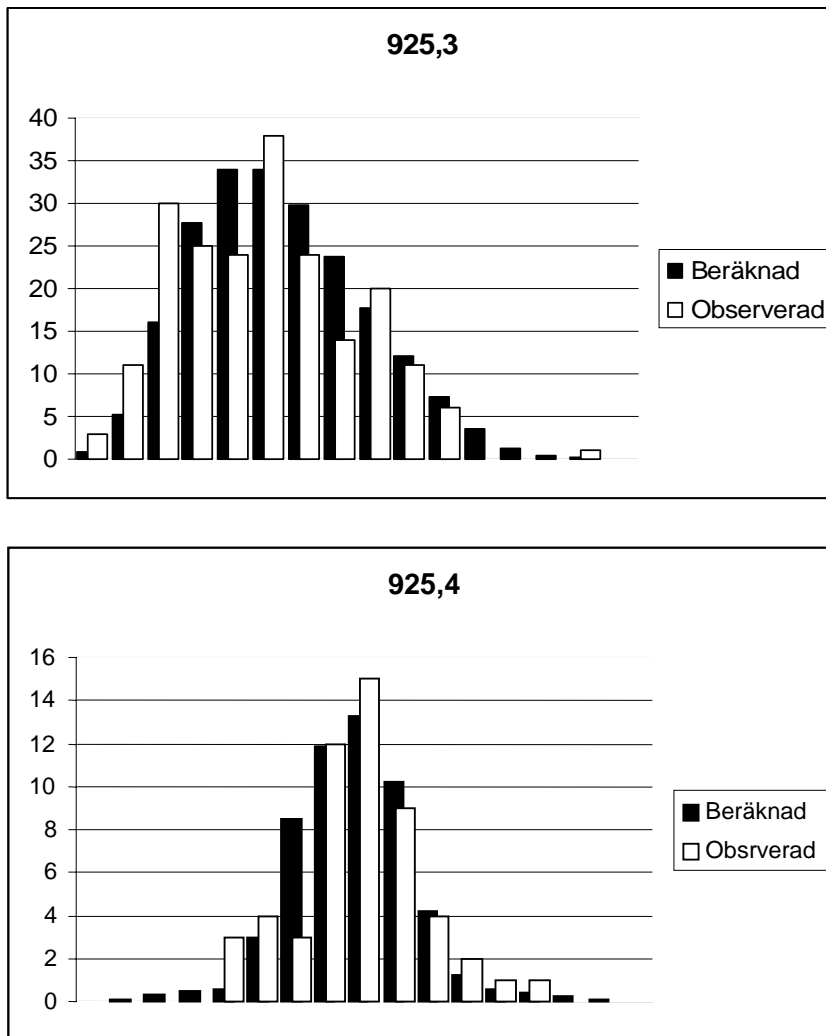
Den avvikelse vad gäller gallringsstyrka som kan ses för yta 925,5 beror på att träden i det fasta försöket hunnit växa in i andra diameterklasser än de som gallras i prognosen beroende på att försökets gallringstidpunkt ligger senare och att tillväxten underskattas. Det är således inget programfel som förorsakat fenomenet.



Figur. 5. Jämförelse mellan observerad och beräknad grundvattentveckling

### Stamfördelning

För att få en uppfattning om hur det beräknade beståndet skulle se jämfört med det observerade kan man förutom att titta på grundytan också titta på stamfördelningen vid mätperioden slut. En jämförelse av stamfördelningen över diameterklasser har gjorts för två ytor. 925,3 som är en yta som inte har gallrats under perioden och yta 925,4 som har gallrats kraftigt en gång under mätperioden (figur 5). Ytorna skiljer sig också kraftigt åt hur väl modellen prognostiserat tillväxten. Den beräknade diameterklassfördelningen ser dock ut att stämma ganska väl med den observerade.



Figur. 6. Stamfördelningen för två ytor efter en prognostid på 26 år.

## Diskussion

Arbetets syfte är att skapa en diameterklassmodell som ska kunna beskriva utvecklingen i grandominerade bestånd i Sverige. Nedan diskuteras arbetets kvalitet och användbarhet samt vad som kan göras bättre.

### Material

Materialet som funktionerna baseras på kommer från riksskogstaxeringens permanenta provytor. Då det finns ett känt medelfel som har räknats ut efter kontrollmätningar så har korrigeringar för mätfel av diametern kunnat göras i det här arbetet. Korrigeringen medför inte att man tar bort alla mätfel men det dämpar de mätfel som finns. Fortfarande så har en del träd negativ tillväxt, vilket naturligtvis inte är möjligt men som kan bli effekten av mätfel.

Något som kan ge upphov till fel vid tillväxtberäkningar med modellen är att det inte har gjorts några korrigeringar mot årsringsindex. Detta är naturligtvis ett misstag att det inte har gjorts. Hur stor påverkan det har på resultatet är svårt att säga men troligtvis leder det till funktionen överskattar tillväxten.

Representativiteten borde vara ganska god. Antalet träd som står i olikåldriga bestånd är dock något begränsat. Att modellen enbart berör höga ståndortsindex kan vara en orsak som gör att olikåldrigheten är mindre väl representerad än vad den skulle vara för lägre ståndortsindex. Höga ståndortsindex är vanligare ju längre söderut man kommer det är troligen också likåldrigheten.

De begränsningar som gjorts i materialet har dels varit nödvändiga för att begränsa arbetets omfattning men framförallt för att syftet med en diameterklassmodell delvis är att den ska innehålla ett mindre antal variabler. Vid en tillämpning av modellen är det nödvändigt att känna till de begränsningar som finns i modellen.

Ett fel som begicks vid begränsningarna av materialet är borttagningen av gödslade provytor. Endast gödslade ytor av ristyp är borttagna. Med stor sannolikhet har detta dock ingen större påverkan på modellen då skogsvårdsstyrelsens rekommenderar gödsling i bestånd med ett ståndortsindex mellan 14 och 28. Därför är troligen få ytor i materialet gödslade.

### Modell och skattningsmetod

Modellen, som bygger på överföringssannolikheter mellan klasser under en tidsperiod, har använts av relativt många till att beräkna tillväxter och följa populationsförändringar. Lite olika varianter finns men grundmodellen är densamma för alla diameterklassmodeller. I det här arbetet är modellen ganska så enkel då den inte innehåller mortalitet eller inväxning.

Den finns flera olika sätt att skatta överföringssannolikheterna i en diameterklassmodell. I den här modellen är skattningen gjord på ett stort material, ca 11 400 träd. Den är gjord med hjälp av logistisk regression. Rent instinktivt borde det vara en bättre metod att gå direkt på källmaterialet än att använda sig av redan befintliga modeller som t.ex. *Solberg och Haight (1991)*. Fördelen med att använda sig av befintliga modeller är att man vet hur bra den är och man kan då se vilka effekter den nya modelltypen ger.

Eftersom arbetet bygger på ett verkligt material (riksskogstaxeringen) och överföringssannolikheterna inte är konstanta så var det mest naturligt att skattningen skulle göras med logistisk regression. Ett problem med logistisk regression är att man inte får ut några residualer, vilket får till följd att man inte kan göra några residualstudier. Däremot kan man använda skillnaden mellan det verkliga och beräknade värdet för residualstudier. I det här arbetet så gjordes funktionerna i modellen först och sedan gjordes jämförelsen mellan den beräknade och verkliga tillväxten efteråt. Det hade varit bättre om de administrativa verktygen som behövdes för jämförelsen hade funnits under tiden man jobbade med regressionen. Då hade man fortlöpande kunnat göra ”residualstudier” och kunnat korrigera funktionerna efter hand vilket troligen hade gett bättre funktioner.

## Resultat

De tester som har gjorts på den färdiga modellen tyder på att den inte är särskilt träffsäker i sina prognostiseringar. Visserligen så ger testet mot det egna materialet ett inte alltför dåligt resultat. I tester mot fasta försöksytor är resultaten blandade; i de flesta fall kraftiga över- eller underskattningar men i några fall med bra resultat. Jämförelsen av stamfördelningen över diameterklasser ser ganska bra ut. En del avvikelser finns, men på det stora hela tycks modellen följa stamfördelningen ganska bra. Jämförelsen med Söderbergs funktioner ser ganska bra men omständigheterna kring den är sådana att man inte kan dra några större slutsatser.

Anledningarna till det i de flesta fall ganska tveksamma resultatet kan vara många:

- De fasta försöksytorna är ganska extrema vad gäller antal gallringar och gallringsstyrka. Materialet som modellen baseras på ser inte ut på det sättet och det kan vara så att den inte fungerar för sådana extrema skötselalternativ.
- Skattningen är inte tillräckligt bra gjord. En del administrativa verktyg saknades när skattningen genomfördes.
- Årsringsindex har så stor betydelse att modellens funktioner inte är korrekta. Det kan vara så att det inte påverkar speciellt mycket men troligen har det en viss påverkan på funktionernas träffsäkerhet enligt ovan.

## **Hur går man vidare**

Det här arbetet ger en ganska bra insikt i de problem som man stöter på vid utvecklandet av en sådan här modell och med hjälp av de erfarenheter och lärdomar som man kan dra av det här arbetet kan man gå vidare och utveckla modellen. Ett naturligt steg är att inkludera funktioner för inväxning och mortalitet i modellen men då krävs det att materialet innehåller data som gör det möjligt. Sedan vore det naturligtvis önskvärt om man kunde göra funktioner för alla ståndortsindex. Det vore också intressant att se hur modellen fungerar i bländningsbestånd. När man väl fått till funktioner som beskriver utvecklingen tillfredsställand kan man använda sig av modellen i optimeringar och se hur den fungerar där.

## Källförteckning

- AGESTAM, E. 1985. *En produktionsmodell för blandbestånd av tall, gran och björk i Sverige (A growth simulator for mixed stands of pine, spruce and birch in Sweden)*. Sveriges lantbruksuniversitet, Institutionen för skogsproduktion, Rapport nr. 15.
- BUONGIORNO, J och GILESS, J.K. 2003. *Decision Methods for Forest Resource Management*. Academic Press, An imprint of Elsevier Science. USA
- BUONGIORNO, J och MICHIE, B.R. 1980. *A Matrix Model of Uneven-Aged Forest Management*. Forestry Science. Vol 26, No 4: 609-625
- DAVIS, L.S. 1987. *Forest Management*. Third Edition. McGraw-Hill, Inc. USA
- EKÖ, P.M. 1985. *En produktionsmodell för skog i Sverige, baserad på bestånd från riksskogstaxeringens provtytor (A growth simulator for Swedish forests, based on data from the national forest survey)*. Sveriges lantbruksuniversitet, Institutionen för skogsskötsel, Rapporter nr. 16.
- ELFVING, B. 2003. *Ålderstilldelning Till Enskilda Träd i Skogliga Tillväxtprognoser*. Sveriges Lantbruksuniversitet, Institutionen för Skogsskötsel. Arbetsrapport 182.
- ERIKSSON, H. 1976. *Granens produktion i Sverige (Yield of Norway spruce in Sweden)*. Institutionen för skogsproduktion, Skogshögskolan, Rapporter och uppsatser nr. 41.
- GETZ, W.M. och HAIGHT, R.G. 1989. *Population Harvesting: Demographic Models of Fish, Forest and Animal Resources*. Princeton University Press, Princeton, New York.
- SÖDERBERG, U. 1986. *Funktioner för skogliga produktionsprognoser – Tillväxt och formhöjd för enskilda träd av inhemska trädslag i Sverige*. Sveriges Lantbruksuniversitet, Avdelningen för Skogsuppskattning och Skogsindelning. Rapport nr 14.
- HAIGHT, R.G och GETZ, W.M. 1987. *A Comparison of Stage-Structured and Single-Tree Models for Projecting Forest Stands*. Natural Resource Modeling. Vol 2, No 2: 279-298.
- JONSSON, B. 1980. *Funktioner för långsiktiga prognoser beträffande virkesförrådets storlek och sammansättning*. Sveriges lantbruksuniversitet, Institutionen för biometri och skogsindelning, Avdelningen för skogsuppskattning och skogsindelning, Rapport nr. 7.
- KOLSTRÖM, T. 1992. *Dynamics of Uneven-Aged Stands of Norway Spruce: A Model Approach*. The Finnish Forest Research Institute, Departement of Forest Production, project 3030.
- SOLBERG, B och HAIGHT, R.G. 1991. *Analysis of Optimal Economic Management Regimes for Picea abies Stands Using a Stage Structured Optimal – Control Model*. Scandinavian Journal of Forest Research. 6: 559-572.

# Bilaga1

## Nominal Logistic Regression: Klasser versus BESTALD1; DIAM1; ...

### Response Information

Variable	Value	Count	
Klasser	2	1341	(Reference Event)
	1	7779	
	0	2282	
	Total	11402	

### Logistic Regression Table

95% CI		Coef	SE Coef	Z	P	Odds
Predictor	Lower					Upper
Logit 1: (1/2)						
Constant		6,92185	0,970081	7,14	0,000	
BESTALD1		0,0635345	0,0040058	15,86	0,000	1,07
	1,06					
DIAM1		-0,0107034	0,0007893	-13,56	0,000	0,99
	0,99					
GYTA		0,0870474	0,0051515	16,90	0,000	1,09
	1,08					
SIS1		-0,264481	0,0326932	-8,09	0,000	0,77
	0,72					
HUOT10		-0,250548	0,0763289	-3,28	0,001	0,78
	0,67					
MD		0,0252048	0,0124905	2,02	0,044	1,03
	1,00					
Logit 2: (0/2)						
Constant		6,58515	1,18217	5,57	0,000	
BESTALD1		0,0904960	0,0043226	20,94	0,000	1,09
	1,09					
DIAM1		-0,0227185	0,0009079	-25,02	0,000	0,98
	0,98					
GYTA		0,162880	0,0062574	26,03	0,000	1,18
	1,16					
SIS1		-0,357714	0,0398679	-8,97	0,000	0,70
	0,65					
HUOT10		-0,592034	0,0911572	-6,49	0,000	0,55
	0,46					
MD		0,0558172	0,0138030	4,04	0,000	1,06
	1,03					

Log-Likelihood = -7531,967

Test that all slopes are zero: G = 3967,593, DF = 12, P-Value = 0,000

### Goodness-of-Fit Tests



Method	Chi-Square	DF	P
Pearson	43205,2	20732	0,000
Deviance	14101,8	20732	1,000